EXERCICE N°1 :	25'	5 points	

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne :

les points A (1 ; –2 ; 1) , B (2 ; –1 ; 3) , C(1 ;1 ;4) et H(0 ; 0 ; 2) .

la droite (Δ) définie par : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -t+2 \end{cases} \quad (t \in IR)$

1°) Ecrire une équation du plan (P) déterminé par les points A, B et C.

2°) a) Démontrer que la droite (Δ) est perpendiculaire au plan (P) en H.

b) Démontrer que H est équidistant de A , B et C.

c) Ecrire un système d'équations paramétriques d'une bissectrice de l'angle $A\hat{H}B$.

3°) Soit M un point variable de (Δ) et E(2 ; 2 ; 0) un point fixe de (Δ). Pour quelles valeurs de t le volume du tétraèdre $MABC$ est- il égal au celui du tétraèdre $EABC$.

EXERCICE N°2 :	30'	5 points	

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne le plan (P)

d'équation $2x + y – 2z – 2 = 0$ et les points A (–1 ; 1 ; 3) , B (1 ; 2 ; 1) et C(0 ; 4 ; 1).

1°) Montrer que la droite (AB) est perpendiculaire en B au plan (P).

2°) Soit (T) le cercle dans le plan (P) de centre B et de rayon $\sqrt{5}$.

Montrer que le point C appartient à (T).

3°) Ecrire une équation du plan (Q) déterminé par A, B et C.

4°) On désigne par (D) la droite perpendiculaire en C au plan (Q).

a) Donner une représentation paramétrique de (D).

b) Calculer la distance de A à (D).

c) Démontrer que la droite (D) est tangente au cercle (T).

EXERCICE N°3 : | 30' | 5 points

On considère un repère orthonormé de l'espace et les points $A(1,0,0)$. $B(2,1,2)$ et I milieu de [AB] ;

1°) Ecrire une équation cartésienne du plan P médiateur du segment [AB]

2°) Soit $Q=\{M(x,y,z);\ MA^2-MB^2=-4\}$. Montrer que Q est un plan dont-on déterminera une équation cartésienne.

3°) Quelle est la position des deux plans P et Q ?

4°) Calculer les coordonnées du point H, intersection de la droite (AB) et du plan Q.

5°) Calculer de deux manières différentes la distance de I à Q ?

6°) Soit la droite D dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=-\alpha \\ y=1+3\alpha \\ z=-2-2\alpha \end{cases}$, $(\alpha\in\mathbb{R})$

a) Montrer que les droites (AB) et D sont sécantes et calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

b) Ecrire une équation cartésienne du plan R contenant les droites (AB) et D.

c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d'intersection des plans P et R.

EXERCICE N°4 : | 30' | 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A (4 , 2 , 2), B (5 ,–2 ,3) et C (1 , 1, 1) et la droite $\Delta:\begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=1+\alpha \\ z=1+2\alpha \end{cases}$; $\alpha\in IR$.

On désigne par (P) le plan passant par A et perpendiculaire à la droite Δ.

1°) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est $2x+y+2z-14=0$. 9+

b) Vérifier que $B\in$ (P) et que $C\notin$ (P).

c) Vérifier que $C\in\Delta$ et que $A\notin\Delta$.

2°) Soit le point D(3 , 2 , 3).

a) Montrer que D est le projeté orthogonal du point C sur le plan (P).

b) Montrer que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.

c) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $ABCD$.

3°) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et en déduire la distance d du point D à la droite (AB).

b) Vérifier que $\mathcal{V}=\dfrac{AB\times d\times CD}{6}$.